15th International Conference of Iranian Operations Research Society
پانزدهمین کنفرانس بین المللی انجمن ایرانی تحقیق در عملیات
12-13 October 2022
Department of Mathematics
Azarbaijan Shahid Madani University
۲۰ - ۲۱ مهر ماه ۱۴۰۱
گروه ریاضی
دانشگاه شهید مدنی آذربایجان

کارایی هزینه ، سود و درآمد DEA-R چند دوره ای برای واحدهای تصمیم گیرنده با ساختار شبکه دومرحله ای

مقصود احمدخانلو قراخانلو[۱]، قاسم توحیدی[۲]، نیما آذرمیر شتربانی[۳]، شبنم رضویان[۴]، روح الله عباسی شورشجانی[۵]

[۱]گروه ریاضی کاربردی، دانشگاه آزاد تبریز؛ kasra.khanlo@gmail.com
[۲]گروه ریاضی، دانشگاه آزاد تهران؛ gh_tohidi@iauctb.ac.ir
[۳]گروه ریاضی کاربردی، دانشگاه آزاد تبریز؛ azarmir_nim@yahoo.com
[۴]گروه ریاضی، دانشگاه آزاد واحد تهران جنوب؛ sh_razavyan@azad.ac.ir
[۵]گروه ریاضی، دانشگاه قم؛ roohollah31@gmail.com

چکیده

مدل های سنتی تحلیل پوششی داده ها بردارهای میانی را در ارزیابی ها در نظر نمی گیرند. بنابراین برای ارزیابی ساختارهای با بیش از یک مرحله، مدلهای شبکه ای **(NDEA)** توسعه پیدا کردند. مدل های **DEA** استاندارد، کارایی یا عملکرد مجموعه ای از واحدها را در یک دوره زمانی مشخص ارزیابی می کنند. اما در کاربردهای عملی، عملکرد یک **DMU** در دوره زمانی نظیر **t** می تواند به ورودی های یک یا چند دوره قبل بستگی داشته باشد. مدل های **(DEA-R)** ترکیبی از **DEA** و داده های نسبتی هستند که زمانی که ورودی ها و خروجی ها در دسترس نباشند و فقط نسبتی از ورودی ها به خروجی ها یا بر عکس موجود باشند برای ارزیابی کارایی استفاده می شوند. در این مقاله با استفاده از مدل های تحلیل پوششی داده های نسبتی **NDEA-R** کارایی هزینه، سود و درآمد هر یک از مراحل شبکه و کل شبکه در دوره زمانی دلخواه و بعد از چند دوره زمانی دلخواه ارائه می شود . روش های پیشنهادی سهم هر یک از مراحل و دوره های زمانی را در میزان کارایی هزینه، سود و درآمد کل سیستم شبکه مشخص می کند. در این زمینه مثال هایی نیز ارائه می شود تا روش های ارائه شده توضیح داده شود.

کلمات کلیدی: تحلیل پوششی داده های نسبتی(**DEA-R**)؛ شبکه ؛ چند دوره ای؛ کارایی سود؛ کارایی هزینه؛ کارایی درآمد

۱- مقدمه

یکی از ابزارهای مناسب و کارآمد در زمینه ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم گیری، تحلیل پوششی داده ها([۱] DEA) می باشد که یک روش غیرپارامتری است. مدل اولیه درتحلیل پوششی داده ها توسط چارنز، کوپر و رودز در سال ۱۹۷۸ توسعه یافت. در سال ۱۹۸۴، بنکر، چارنز و کوپر با تغییر در مدل CCR ، مدل جدیدی با بازده بر مقیاس متغیر([۲] BCC) را مطرح نمودند.(جهانشاهلو و همکاران [1]). تحلیل پوششی داده های شبکه ای([۳]NDEA) مدل توسعه یافته از تحلیل پوششی داده ها است که سعی دارد ساختارهای داخلی واحدهای تصمیم را در مدلهای تحلیل پوششی داده ها لحاظ کند. کارهای انجام شده توسط فار و گروسکوپ[۴] [5] در سال ۱۹۹۶ جزء اولین تحقیقات در این زمینه اند. مدل های DEA استاندارد، کارایی یا عملکرد مجموعه ای

---

[۱] Data Envelopment Analysis (DEA)
[۲] Banker, Charnes and Rhodes
[۳] Network Data Envelopment Analysis (NDEA)
[۴] Färe and Grosskopf

از واحدها را در یک دوره زمانی تنها طبق اندازه های متغیرهای ورودی و خروجی ارزیابی می کنند. اما واضح است که عملکرد در دوره زمانی مانند t می تواند نه تنها به ورودی های این دوره بلکه به ورودی های یک یا چند دوره قبل بستگی داشته باشد. این گروه از مدل ها ، مدل های DEA چند دوره ای نامیده می شود (جابلونسکی[۵] و همکاران[10]). گازری نیشابوری و همکاران[7] یک مدل تحلیل پوششی داده های شبکه ای پویا ارائه کردند تا کارایی فرآیند را در یک تجارت واقعی محاسبه کنند.

در ارزیابی یک واحد تصمیم گیری لازم است که محدودیت های تصمیم گیرندگان روی وزن های ورودی و خروجی را اعمال کنیم تا نتایج درستی حاصل شود. اما استفاده از محدودیت های وزن در DEA باعث ایجاد مسائلی می شود. یکی از این مسائل استفاده از ثابت غیر ارشمیدسی ε برای وزن های ورودی و خروجی در مدل های DEA است که باعث می شود وزن های به دست آمده هیچگاه صفر نشوند. در حالیکه ممکن است در تولید یک خروجی بعضی از ورودی ها نقش نداشته باشند، لذا کارایی به دست آمده دقیق نخواهد بود. به این منظور مدل های تحلیل پوششی داده های نسبتی (DEA-R) در ارزیابی ها توسط دسپیک و پارادی [4] معرفی شد. گرامی و مظفری[8] یک مدل DEA-R برای ارزیابی کارایی شبکه ارائه کردند. آنها نشان دادند که کارایی های هر یک از مراحل شبکه و کارایی کلی شبکه حاصل از مدل آنها بزرگتر یا مساوی مقادیر متناظر به دست آمده از مدل های قبلی است. مظفری و همکاران[11] با استفاده از ساختار برنامه ریزی چند هدفه خطی مدل محاسبه مقدار کارایی کلی در شبکه دو مرحله ای در DEA-R را پیشنهاد داده اند.

مظفری و همکاران[12] با استفاده از داده های نسبتی ۱۰ شعبه بانک ، سطوح ابرکارا برای این شعبات را محاسبه کردند. آنها نشان دادند که بانک رویال اسکاتلند روی هیچ یک از سطوح ابرکارا قرار ندارد. حسین زاده لطفی و همکاران [9] از R کدها برای حل مدل های DEA با داده های معین و فازی استفاده کردند. مقدس و همکاران [15] بازده به مقیاس ترکیبی مدل های DEA را در حضور داده های ورودی و خروجی با مقادیر صحیح توسعه دادند. مقدس و همکاران [13] کارایی درآمد را با توجه به تئوری خطی تکه‌ای در موقعیت‌های غیر رقابتی ارزیابی کردند. مقدس و همکاران [14] یک روش ارزیابی بر اساس تحلیل پوششی داده های شبکه ای پیشنهاد دادند تا یک استراتژی کارا برای هر مرحله از یک شبکه زنجیره تامین پایدار ارائه دهند .

مساله ارزیابی عملکرد واحدها و مفاهیمی همچون کارایی هزینه ، سود و درآمد در تحلیل پوششی داده ها بسیار حائز اهمیت می باشد. مدیران همواره در اندیشه چگونگی افزایش کارایی و بهره وری کاری سازمان خود بوده اند. نوعی از کارایی که بیشتر برای واحدهای صنعتی و تولیدی حائز اهمیت است، کارایی هزینه می باشد که اولین بار توسط فارل[6] معرفی و مورد بررسی قرار گرفت. کاهش هزینه و افزایش درآمد در فرآیند تولید برای یک DMU ی ناکارا با تنظیم مقدار ورودی ها و خروجی ها با مراجعه به قیمت هایشان امکان پذیر است (توحیدی و توحیدنیا [18]). توحیدی و توحیدنیا [18] یک مدل کارایی سود DEA-R جدید برای ارزیابی DMU ها در موقعیت های که قیمت های ورودی و خروجی در دسترس باشند ارائه دادند. در مقالات مورد بررسی، مدل‌های استاندارد تحلیل پوششی داده‌ها مورد بررسی قرار گرفته و توسعه داده شده است و در هیچ کدام از مقالات مورد بررسی مدل‌های نسبتی مورد اشاره قرار نگرفته اند. با توجه به‌اینکه در داده‌های دنیای واقعی، مدل‌های نسبتی بیشتر استفاده می شوند و به دلیل مزایای نسبی آنها بر مدل‌های استاندارد تحلیل پوششی داده‌ها، دراین مقاله با مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های نسبتی سر و کار خواهیم داشت.دلیل دیگر اینکه در مقالات ارزیابی کارایی مورد پژوهش دو خاصیت عمده (زمان و ساختار شبکه)که در دنیای واقعی بر عملکرد سیستم‌ها تاثیر می‌گذارد در نظر گرفته نشده است لذا مزیت‌این کار، تمرکز بر ساختارهای شبکه با داده‌های نسبتی با تاثیر دادن عنصر زمان است. و هدف اصلی تعیین کارایی سود ،

---

[۵] Jablonsky

هزینه و درآمد واحدهایی با ساختار شبکه و در دوره‌های زمانی متفاوت با استفاده از تحلیل پوششی داده‌های نسبتی می‌باشد. با توجه به مزیت مدل های DEA-R بر مدل های مبتنی بر CCR و با توجه به اینکه تاکنون در مدل های قبلی DEA-R، زمان در نظر گرفته نشده است، ما در این مقاله یک مدل DEA-R چند دوره ای برای ارزیابی کارایی هزینه ، سود و درآمد سیستم های شبکه ارائه می دهیم.

در این مقاله ما روی شبکه ۲ مرحله ای که دارای داده های نسبتی هستند و در دوره های زمانی مختلف بررسی می شوند متمرکز می شویم و هدف بررسی کارایی هزینه ،سود و درآمد این چنین ساختار است در حالیکه هر یک از فرآیند می نیموم هزینه و ماکزیموم سود خود را تولید کنند. ما با در نظر گرفتن یک زیر سیستم متناظر با هر دوره زمانی، یک سیستم شبکه ای ۲ مرحله ای با ساختار موازی از T زیر سیستم داریم که هر زیرسیستم از ۲ فرآیند که به صورت سری به هم وصل شده اند تشکیل شده است. ما کارایی هزینه ، کارایی سود و کارایی درآمد را در یک سیستم با ساختار شبکه دو مرحله ای چند دوره ای محاسبه می کنیم. ساختار این مقاله به صورت زیر سازماندهی می شود: در بخش ۲، مقدمات یا مروری بر مفاهیم لازم ارائه خواهد شد و مدل های پیشنهادی برای شبکه دومرحله ای با استفاده از مدل داده های نسبتی(DEA-R) برای تعیین کارایی هزینه ، سود و درآمد در دوره های زمانی متفاوت و بعد از چند دوره زمانی ارائه می شود. در بخش۳، با مثال عددی مدل های پیشنهادی حل شده و نتایج تحلیل می گردد. مقاله با نتیجه گیری خاتمه می یابد.

۲- متن

دراین بخش به اختصار کارایی هزینه ، سود و درآمد واحدهای تصمیم گیرنده معرفی می‌شوند.

۲. ۱- کارایی هزینه

n واحد تصمیم گیری $DMU_j (j = 1, \dots, n)$را در نظر بگیرید که هر DMU ، m ورودی مصرف می کند تا s خروجی تولید کند. فرض کنیم بردارهای ورودی و خروجی مشاهده شده به صورت زیر باشند: $X_j = (x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj})^T \in R^m$ و $Y_j = (y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{sj})^T \in R^s$ به ترتیب باشند و $Y_j \neq 0$و $Y_j \geq 0$ و $X_j \neq 0$و $X_j \geq 0$. همچنین فرض می کنیم $C = (c_1, c_2, \dots, c_m)^T \in R^m$ یک بردار مشخص از هزینه های ورودی ها باشد. مجموعه امکان تولید T را با فرض بازده به مقیاس ثابت به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$T = \{(X, Y) | X \geq \sum_{j=1}^{n} \lambda_j X_j , Y \leq \sum_{j=1}^{n} \lambda_j Y_j , \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n\} \quad (۱)$$

پس مدل کارایی هزینه با مجموعه امکان تولید بالا جهت محاسبه ی کارایی هزینه DMU_o در واقع در پی یافتن واحدی می باشد که کمترین هزینه را برای خرید ورودی های نابیشتر از ورودی های واحد تحت ارزیابی، جهت تولید خروجی هایی برابر با خروجی های واحد تحت ارزیابی، مصرف می کند، لذا با در نظر گرفتن c_{io} به عنوان هزینه متناظر با ورودی iام واحد تصمیم گیرنده DMU_o ، صورت گسترده مدل به شکل زیر است(مادوس و پاستور[16])

$$\min \omega = \sum_{i=1}^{m} c_{io} x_{io}$$

$$\text{S.t.} \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \leq x_{io} \quad , \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro} \quad , \quad r = 1, \dots, s \quad (۲)$$

$$\lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

اگر (x^*, λ^*) جواب بهین مسئله فوق باشد، کارایی هزینه کلی واحد o ام با تقسیم هزینه می نیموم کلی $\sum_{i=1}^{m} c_{io} x_{io}^*$ بر هزینه مشاهده شده تعریف می شود:

$$E_{c_o} = \frac{\sum_{i=1}^{m} c_{io} x_{io}^*}{\sum_{i=1}^{m} c_{io} x_{io}} \quad (۳)$$

واضح است که E_{c_o} کوچکتر یا مساوی یک است.(کوپر و همکاران[3])

۲. ۲- کارایی درآمد

فرض کنیم $P = (p_1, p_2, \dots, p_m)^T$ بردار قیمت خروجی ها باشد. مدل کارایی درآمد با مفروضات بخش قبل جهت محاسبه ی کارایی درآمد DMU_o در واقع در پی یافتن واحدی می باشد که بیشترین درآمد را از فروش خروجی های ناکمتر از خروجی های واحد تحت ارزیابی، با ورودی های برابر با ورودی های واحد تحت ارزیابی، تولید می کند، لذا با در نظر گرفتن $\mathrm{p_{ro}}$ به عنوان قیمت متناظر با خروجی r ام واحد تصمیم گیرنده DMU_o، صورت گسترده مدل به شکل زیر است(سید بوویر و همکاران[17])

$$\begin{aligned} &max\ \psi = \sum_{r=1}^{s} p_{ro} y_{ro} \\ &S.t.\ \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \le x_{io}\ ,\quad i = 1, \dots, m \\ &\textstyle\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} \ge y_{ro}\ ,\ r = 1, \dots, s \\ &\lambda_j \ge 0,\quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (۴)$$

اگر (y^*, λ^*) جواب بهین مسئله فوق باشد، کارایی درآمد کلی واحد o ام با تقسیم درآمد ماکزیموم کلی $\sum_{r=1}^{s} p_{ro} y_{ro}^*$ بر درآمد مشاهده شده تعریف می شود:

$$E_{p_o} = \frac{\sum_{r=1}^{s} p_{ro} y_{ro}^*}{\sum_{r=1}^{s} p_{ro} y_{ro}} \quad (۵)$$

واضح است که E_{p_o} بزرگتر یا مساوی یک است.(کوپر و همکاران[3]).

اشرفی و منصوری [2] برای به دست آوردن کارایی سود، مسئله برنامه ریزی خطی زیر را در نظر گرفتند:

$$\begin{aligned} &py^* - cx^* = max \sum_{r=1}^{s} p_{ro} y_{ro} - \sum_{i=1}^{m} c_{io} x_{io} \\ &S.t.\ \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \le x_{io}\ ,\quad i = 1, \dots, m \\ &\textstyle\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} \ge y_{ro}\ ,\ r = 1, \dots, s \\ &\lambda_j \ge 0,\quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (۶)$$

کارایی سود کلی PE_o برای واحد تصمیم گیرنده o به صورت نسبت سود بهینه $py^* - cx^*$ بر سود جاری تعریف شده است:

$$PE_o = \frac{P^T Y^* - C^T X^*}{P^T Y_o - C^T X_o}$$

تحت فرض $P^T Y_o > C^T X_o$ داریم $0 < PE \le 1$. DMU_o کارای سود است اگر و تنها اگر $PE = 1$. (کوپر و همکاران[3])

۲. ۳- مدل پیشنهادی DEA – R شبکه دومرحله ای چند دوره ای برای تعیین کارایی هزینه

دراین بخش با استفاده از تحلیل پوششی داده‌های نسبتی، کارایی هزینه سیستم‌های دو مرحله‌ای چند دوره‌ای مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. به بیان دیگر، هدف، دخالت عنصر زمان در ارزیابی کارایی هزینه در ساختار شبکه دومرحله‌ای می‌باشد. فرض کنید $J = \{1,2,3, \dots, n\}$، مجموعه شاخص n واحد تصمیم‌گیری و $I(1)$ مجموعه اندیس گذار ورودی های مرحله اول ، $I(2)$ مجموعه اندیس گذار ورودی های مرحله دوم ، $M(1)$ مجموعه اندیس گذار محصول میانی، $O(1)$ مجموعه اندیس گذار

خروجی های مرحله اول و $O(2)$ مجموعه اندیس گذار خروجی های مرحله دوم باشند و هر واحد دارای ساختار شبکه دومرحله‌ای در زمانهای $(t = 1, \dots, T)$ می‌باشد. برای واحد تحت ارزیابی $k\epsilon J$، در مرحله اول ورودی نامنفی $X_j^{1t} = \{x_{ij}{}^{1t},\ i \in I(1)\}$ را در زمان t $(1 \le t \le T)$ برای تولید محصول میانی نامنفی $Z_j{}^{1t} = \{z_{mj}{}^{1t},\ m \in M(1)\}$ و خروجی نهایی نامنفی مرحله اول یا همان $Y_j^{1t} = \{y_{rj}^{1t}, r \in O(1)\}$ مصرف می‌کند. در مرحله دوم با استفاده از بردار میانی $Z_j^{1t} = \{z_{mj}^{1t}, m \in M(1)\}$ که یکی از خروجی‌های مرحله ی اول نیز هست، و بردار ورودی نامنفی$X_j{}^{2t} = \{x_{ij}{}^{2t},\ i \in I(2)\}$ خروجی نهایی نامنفی $Y_j^{2t} = \{y_{rj}^{2t},, r \in O(2)\}$ را تولید می‌کند. اگر $C_j^{1t} = \{c_{ij}^{1t}, i \in I(1)\}$ بردار قیمت ورودی های بیرونی مرحله اول، $V_j^{1t} = \{v_{rj}^{1t}, r \in O(1)\}$ بردار قیمت خروجی های مرحله اول ، $C_j^{2t} = \{c_{ij}^{2t}, i \in I(2)\}$بردار قیمت ورودی های بیرونی مرحله دوم و $V_j^{2t} = \{v_{rj}^{2t}, r \in O(2)\}$ بردار قیمت خروجی های مرحله دوم در دوره زمانی t باشند. از آنجایی که محصولات میانی مصرف شده به وسیله فرآیندهای DMU ها کاملا درون سیستم تولید می شوند، معقول است که قیمت هر محصول در دوره زمانی t صفر باشد. بدون خلل به کلیت استدلال فرض کنید که برای واحد تصمیم‌گیری j ام که $j = 1, \dots, n$ با داده‌های

$\left(\frac{x_{ij}{}^{1t}}{z_{mj}{}^{1t}}, i \in I(1), m \in M(1)\right)$، $\left(\frac{z_{mj}{}^{1t}}{y_{rj}{}^{2t}}, m \in M(1), r \in O(2)\right)$ و $\left(\frac{x_{ij}{}^{2t}}{y_{rj}{}^{2t}}, i \in I(2), r \in O(2)\right)$

$\left(\frac{x_{ij}{}^{1t}}{y_{rj}{}^{1t}}, i \in I(1), r \in O(1)\right)$ در زمان $t = 1, \dots, T$ در دسترس باشد. با توجه به در دسترس بودن داده‌های نسبتی، برای تعیین کارایی هزینه سیستم‌های دو مرحله‌ای مطرح شده در دوره‌های زمانی مجزای $t = 1, \dots, T$ و بعد از T دوره زمانی مدل زیر برای محاسبه هزینه می نیموم در ماهیت ورودی پیشنهاد می‌شود:

مدل پیشنهادی برای تعیین هزینه می نیموم در دوره های زمانی مجزای $t = 1, \dots, T$:

$$
\begin{aligned}
&min \sum_{i \in I(1)} c_i^t f_{i1}^t + \sum_{i \in I(2)} c_i^t f_{i2}^t \\
&s.t. \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^{1t} \left(\frac{x_{ij}^{1t}}{y_{rj}^{1t}}\right) \le \left(\frac{f_{i1}^t}{y_{ro}^{1t}}\right),\ i \in I(1), r \in O(1) \\
&\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^{2t} \left(\frac{x_{ij}^{2t}}{y_{rj}^{2t}}\right) \le \left(\frac{f_{i2}^t}{y_{ro}^{2t}}\right),\ i \in I(2), r \in O(2) \\
&\textstyle\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^{1t} \left(\frac{x_{ij}^{1t}}{z_{mj}^{1t}}\right) \le \left(\frac{f_{i1}^t}{z_{mo}^{1t}}\right),\ i \in I(1), m \in M(1) \qquad (۷) \\
&\textstyle\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^{2t} \left(\frac{z_{mj}^{1t}}{y_{rj}^{2t}}\right) \le \left(\frac{z_{mo}^{1t}}{y_{ro}^{2t}}\right),\ m \in M(1), r \in O(2) \\
&\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^{1t} = 1 \\
&\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^{2t} = 1, \\
&\lambda_j^{pt} \ge 0\ ,\quad j = 1, \dots, n, \qquad p = 1,2
\end{aligned}
$$

مدل پیشنهادی برای تعیین هزینه می نیموم بعد از T دوره زمانی:

$$min \sum_{t=1}^{T} \left(\sum_{i \in I(1)} c_i^t f_{i1}^t + \sum_{i \in I(2)} c_i^t f_{i2}^t \right)$$

$$s.t.\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{1t}\left(\frac{x_{ij}^{1t}}{y_{rj}^{1t}}\right)\le\left(\frac{f_{i1}^{t}}{y_{ro}^{1t}}\right)\ ,i\in I(1),r\in O(1),t=1,\dots,T$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{2t}\left(\frac{x_{ij}^{2t}}{y_{rj}^{2t}}\right)\le\left(\frac{f_{i2}^{t}}{y_{ro}^{2t}}\right)\ ,i\in I(2)\ ,r\in O(2)\ ,t=1,\dots,T$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{1t}\left(\frac{x_{ij}^{1t}}{z_{mj}^{1t}}\right)\le\left(\frac{f_{i1}^{t}}{z_{mo}^{1t}}\right)\ ,i\in I(1),m\in M(1),t=1,\dots,T$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{2t}\left(\frac{z_{mj}^{1t}}{y_{rj}^{2t}}\right)\le\left(\frac{z_{mo}^{1t}}{y_{ro}^{2t}}\right)\ ,m\in M(1),r\in O(2),t=1,\dots,T \qquad (۸)$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{1t}=1,t=1,\dots,T$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{2t}=1,t=1,\dots,T$$

$$\lambda_j^{pt}\ge 0\ ,\quad t=1,\dots,T,\quad j=1,\dots,n,\quad p=1,2$$

مدل های (۷) و (۸) مسائل برنامه ریزی خطی برای تعیین کارایی هزینه کلی شبکه واحد تصمیم گیرنده تحت ارزیابی در دوره های زمانی مجزای $t=1,\dots,T$ و بعد از T دوره زمانی در ماهیت ورودی با بازده به مقیاس ثابت به کار می روند. بنابراین مقدار کارایی هزینه کل شبکه واحد تصمیم گیرنده o ام در دوره زمانی مجزای $t=1,\dots,T$ ، نسبت می نیموم هزینه به هزینه مشاهده شده می باشد که به صورت رابطه (۹) $C_o^tE=\frac{\sum_{i\in I(1)}f_{i1}^t+\sum_{i\in I(2)}f_{i2}^t}{\sum_{i\in I(1)}x_{ij}^{1t}+\sum_{i\in I(2)}x_{ij}^{2t}}$ تعیین می شود و مقدار کارایی هزینه کل شبکه بعد از T دوره زمانی به صورت (۱۰) $C_oE=\frac{\sum_{t=1}^{T}\left(\sum_{i\in I(1)}f_{i1}^t+\sum_{i\in I(2)}f_{i2}^t\right)}{\sum_{t=1}^{T}\left(\sum_{i\in I(1)}x_{ij}^{1t}+\sum_{i\in I(2)}x_{ij}^{2t}\right)}$ محاسبه می شود.

در مدل فوق اگر $\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{1t}=M_1$ و $\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{2t}=M_2$ که $M_1+M_2=1$ و M_1 و $M_2\in\{0,1\}$ آنگاه مدل (۷) را می توان برای تعیین کارایی هزینه هر یک از مراحل شبکه به کار برد. در واقع کارایی هزینه مرحله اول نسبت می نیموم هزینه مشاهده شده یعنی $\sum_{i\in I(1)}f_{i1}^t$ به هزینه جاری $\sum_{i\in I(1)}x_{ij}^{1t}$ است: (۱۱) $C_o^{1t}E=\frac{\sum_{i\in I(1)}f_{i1}^t}{\sum_{i\in I(1)}x_{ij}^{1t}}$ در دوره زمانی مجزای t= $1,\dots,T$ و (۱۲) $C_o^1E=\frac{\sum_{t=1}^{T}\sum_{i\in I(1)}f_{i1}^t}{\sum_{t=1}^{T}\sum_{i\in I(1)}x_{ij}^{1t}}$ بعد از T دوره زمانی است. کارایی هزینه مرحله دوم نسبت می نیموم هزینه مشاهده شده یعنی $\sum_{i\in I(2)}f_{i2}^t$ به هزینه جاری $\sum_{i\in I(2)}x_{ij}^{2t}$ است: (۱۳) $C_o^{2t}E=\frac{\sum_{i\in I(2)}f_{i2}^t}{\sum_{i\in I(2)}x_{ij}^{2t}}$ در دوره زمانی $t=1,\dots,T$ و (۱۴) $C_o^2E=\frac{\sum_{t=1}^{T}\sum_{i\in I(2)}f_{i2}^t}{\sum_{t=1}^{T}\sum_{i\in I(2)}x_{ij}^{2t}}$ بعد از T دوره زمانی است. اگر M_1 و $M_2\in[0,1]$ آنگاه از مدل (۷) برای تعیین کارایی هزینه کل ساختار شبکه استفاده می شود.

قضیه : مدل (۷) و (۸) شدنی است.

اثبات با فرض اینکه φ_o^{*t} مقدار بهینه تابع هدف (۷) باشد، ،آنگاه از $\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{2t}=0$ و $\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{1t}=1$ می توان گفت $\lambda_o^{1t}=1$ و $\lambda_j^{1t}=0,j\neq o$ یک جواب شدنی مرحله اول است و از $\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{kt}=0$ و $\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{2t}=1$ می توان گفت $\lambda_o^{2t}=1$ و $\lambda_j^{2t}=0,j\neq o$ یک جواب شدنی مرحله دوم است.. اگر برای هر $(1\le k\le 2)$ ، فرض کنیم $p_k=\frac{1}{2}$ آنگاه از $\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^{kt}=1$ می توان گفت که برای هر $(1\le k\le 2)$ $\lambda_j^{kt}=0,j\neq o$ و $\lambda_o^{kt}=\frac{1}{2}$یک جواب شدنی کل شبکه در دوره زمانی t است. به علاوه از این جواب شدنی نتیجه می شود که مقدار بهینه از یک تجاوز نمی کند و همواره بزرگتر از صفر است.مشابه با مدل (۷) مدل (۸) نیز شدنی است.

۲. ۴- مدل پیشنهادی DEA − R شبکه دومرحله ای چند دوره ای برای تعیین کارایی درآمد و سود

با مفروضات بخش قبلی برای ارزیابی سود مشاهده شده ی DMU_o تحت ارزیابی ما نیاز داریم که هزینه و درآمد آن را مشاهده کنیم. برای تعیین کارایی درآمد سیستم‌های دو مرحله‌ای مطرح شده در شکل (۱) و در دوره‌های زمانی مجزای $t = 1, \dots, T$ و بعد از T دوره زمانی مدل های زیر برای محاسبه درآمد ماکزیموم در ماهیت ورودی به صورت زیر پیشنهاد می‌شود:

$$V_o^t E = \frac{\sum_{i\, r\in O(1)} y_{rj}^{1t} + \sum_{r\in O(2)} y_{rj}^{2t}}{\sum_{r\in O(1)} f_{r1}^t + \sum_{r\in O(2)} f_{r2}^t} \quad (۱۵)$$

$$V_o E = \frac{\sum_{t=1}^{T}\left(\sum_{i\, r\in O(1)} y_{rj}^{1t} + \sum_{r\in O(2)} y_{rj}^{2t}\right)}{\sum_{t=1}^{T}\left(\sum_{r\in O(1)} f_{r1}^t + \sum_{r\in O(2)} f_{r2}^t\right)} \quad (۱۶)$$

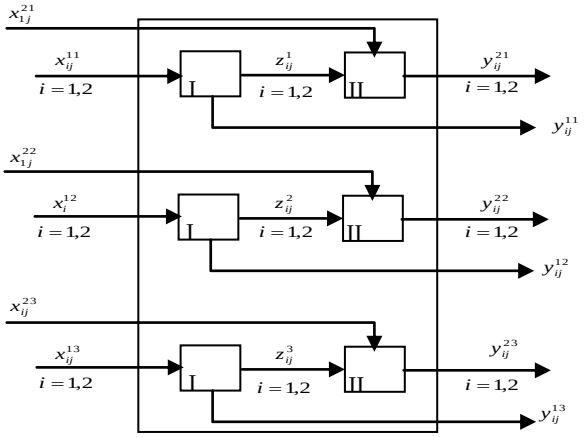
برای به دست آوردن کارایی سود DMU_o ما از بردار قیمت واحد v و بردار هزینه واحد c استفاده می کنیم و مدل های برنامه ریزی خطی زیر را برای به دست آوردن سود ماکزیموم در دوره زمانی $t = 1, \dots, T$ و بعد از T دوره زمانی به ترتیب پیشنهاد می کنیم:

$$P_o^t E = \frac{\sum_{i\, r\in O(1)} y_{rj}^{1t} + \sum_{r\in O(2)} y_{rj}^{2t} - \left(\sum_{i\in I(1)} x_{ij}^{1t} + \sum_{i\in I(2)} x_{ij}^{2t}\right)}{\sum_{r\in O(1)} f_{r1}^t + \sum_{r\in O(2)} f_{r2}^t - \left(\sum_{i\in I(1)} f_{i1}^t + \sum_{i\in I(2)} f_{i2}^t\right)} \quad (۱۷)$$

$$P_o E = \frac{\sum_{t=1}^{T}\left(\sum_{i\, r\in O(1)} y_{rj}^{1t} + \sum_{r\in O(2)} y_{rj}^{2t} - \left(\sum_{i\in I(1)} x_{ij}^{1t} + \sum_{i\in I(2)} x_{ij}^{2t}\right)\right)}{\sum_{t=1}^{T}\left(\sum_{r\in O(1)} f_{r1}^t + \sum_{r\in O(2)} f_{r2}^t - \left(\sum_{i\in I(1)} f_{i1}^t + \sum_{i\in I(2)} f_{i2}^t\right)\right)} \quad (۱۸)$$

۳- نتیجه و جمع‌بندی

دراین بخش، مدل های پیشنهاد شده در قسمت قبل بر روی یک مثال واقعی پیاده‌سازی می‌شود. این مثال برگرفته از مقاله توحیدنیا و توحیدی (۲۰۱۹) می‌باشد. تعداد واحدهای تصمیم‌گیری در مثال مورد نظر، ده واحد است که هر واحد ساختار دو مرحله‌ای داشته و در سه دوره زمانی اطلاعات ورودی و خروجی جمع آوری شده است. شکل (۱) را ببینید .



شکل۱: سیستم تولید شبکه چند دوره ای با $P = 2\,, T = 3$

بردارهای هزینه برای سه دوره ۱ ، ۲ و ۳ به صورت $(c_1^1, c_2^1, c_3^1) = (2,1,2)$ ، $(c_1^2, c_2^2, c_3^2) = (2,1,2)$ و $(c_1^3, c_2^3, c_3^3) = (3,2,3)$ به ترتیب هستند. بردارهای قیمت برای سه دوره ۱،۲و ۳ نیز به صورت $(v_1^1, v_2^1, v_3^1) = (5,2,4)$ ، $(v_1^2, v_2^2, v_3^2) = (6,1,3)$ و $(v_1^3, v_2^3, v_3^3) = (9,4,5)$ به ترتیب هستند میانگین و انحراف معیار داده‌های ورودی، میانی و خروجی واحدهای تصمیم‌گیری در سه دوره زمانی در جداول ۱، ۲ و ۳ آورده شده است:

جدول ۱: میانگین و انحراف معیار داده‌های دوره زمانی اول

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Mean	7.2500	6.6250	8.0000	8.7500	7.3750	7.7500	7.3750	6.8750	5.5000	7.7500
Std.Deviation	4.83292	3.37797	5.12696	5.33854	3.73927	4.74342	3.37797	2.85044	3.16228	4.33425

جدول ۲: میانگین و انحراف معیار داده‌های دوره زمانی دوم

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Mean	8.3375	9.0000	11.0375	12.0125	9.6500	9.6375	9.4375	8.9125	7.5125	10.0500
Std.Deviation	4.97822	4.79434	8.03473	7.82221	5.13893	5.65229	4.47786	3.97076	4.61006	5.75872

جدول ۳: میانگین و انحراف معیار داده‌های دوره زمانی سوم

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Mean	9.9862	13.5000	16.5562	20.3588	14.4562	12.5938	12.5125	12.4375	10.3562	12.4857
Std. Deviation	5.39055	7.19151	1.20521	1.21523	7.24527	6.56552	5.78111	4.5866 1	6.03806	7.02197

با در اختیار داشتن داده‌های سه دوره زمانی، با استفاده از مدل های پیشنهادی (۷) الی (۱۸) مقادیر کارایی هزینه، کارایی سود و کارایی درآمد در هر دوره زمانی و هر مرحله از شبکه و بعد از ۳ دوره زمانی محاسبه می‌شود. جدول (۴) الی (۶) زیر نتایج حاصل از اجرای مدل های (۷) الی (۱۸) را نشان می دهد.

جدول ۴: کارایی هزینه در ۳ دوره زمانی و ۲ مرحله از شبکه و کارایی کل سیستم چند دوره ای

DMU	C_o^1E	C_o^2E	C_o^3E	$C_o^{I}E$	$C_o^{II}E$	$C_o^{'}E$
A	۰,۸۷۵۰۰۰	۰,۸۳۳۷۷۴	۰,۸۷۱۲۷۹	۰,۶۹۷۷۷۰	۰,۹۷۹۶۷۸	۰,۸۶۲۸۰۹
B	۰,۵۴۷۴۰۴	۰,۵۹۳۷۹۷	۰,۷۲۲۴۰۲	۰,۷۳۷۲۲۷	۰,۵۹۰۴۲۹	۰,۶۵۷۰۵۰
C	۰,۸۳۰۰۰۰	۰,۸۴۱۷۷۲	۰,۸۳۰۹۹۱	۰,۶۷۸۱۱۵	۱,۰۰۰۰۰۰	۰,۸۳۳۴۲۲
D	۰,۸۵۵۸۵۶	۰,۸۵۰۷۶۷	۰,۷۳۱۹۷۴	۰,۸۱۹۰۸۴	۰,۷۵۶۳۱۹	۰,۷۸۵۱۱۷
E	۰,۹۶۶۷۰۶	۰,۸۶۴۱۵۹	۰,۷۴۶۵۴۴	۰,۹۹۴۵۶۰	۰,۶۳۷۲۸۱	۰,۸۱۵۲۹۴
F	۰,۶۲۹۶۳۰	۰,۶۴۱۳۷۳	۰,۶۱۳۷۰۱	۰,۳۷۴۶۶۱	۱,۰۰۰۰۰۰	۰,۶۲۳۷۲۲
G	۰,۶۱۲۶۹۶	۰,۵۰۵۵۰۶	۰,۴۵۰۴۸۱	۰,۴۳۳۴۲۸	۰,۶۱۶۶۴۹	۰,۴۹۵۴۸۲
H	۰,۷۶۴۱۳۸	۰,۷۴۰۲۱۹	۱,۰۰۰۰۰۰	۰,۹۰۶۷۸۴	۰,۸۶۷۱۱۹	۰,۸۸۶۵۱۸

I	۰,۸۳۱۵۳۵	۰,۸۰۷۳۳۹	۰,۷۸۶۷۴۴	۱,۰۰۰۰۰۰	۰,۶۶۶۷۱۷	۰,۸۰۰۰۶۷
J	۰,۹۵۶۲۶۳	۰,۹۵۴۹۸۳	۰,۸۷۸۰۶۳	۰,۶۹۷۷۷۰	۰,۹۲۲۹۶۱	۰,۹۱۱۴۴۲

جدول ۵: کارایی درآمد در ۳ دوره زمانی و ۲ مرحله از شبکه کارایی کل سیستم چند دوره ای

DMU	V_o^1E	V_o^2E	V_o^3E	V_o^IE	$V_o^{II}E$	$V_o'E$
A	۰,۸۹۵۸۳۳	۰,۸۱۶۸۷۶	۰,۸۶۲۱۰۱	۰,۷۴۶۲۲۱	۰,۹۸۱۸۲۳	۰,۸۵۸۴۰۴
B	۰,۶۱۸۲۲۹	۰,۷۰۹۸۹۹	۰,۸۲۰۳۹۲	۰,۸۴۰۷۱۵	۰,۶۶۵۶۱۶	۰,۷۵۰۹۹۶
C	۰,۷۸۲۶۰۹	۰,۷۲۸۳۵۸	۰,۸۸۹۵۳۰	۰,۶۲۷۳۹۰	۱,۰۰۰۰۰۰	۰,۸۳۱۵۹۱
D	۰,۷۸۱۴۸۴	۰,۸۷۸۶۲۰	۰,۷۳۵۵۱۵	۱,۰۰۰۰۰۰	۰,۶۱۶۵۶۵	۰,۷۷۰۷۷۱
E	۰,۸۰۲۹۸۵	۰,۸۲۵۱۳۰	۰,۷۶۰۴۵۵	۱,۰۰۰۰۰۰	۰,۶۷۲۲۲۳	۰,۷۸۱۳۰۸
F	۰,۶۳۱۳۳۶	۰,۵۴۷۹۹۰	۰,۶۰۱۱۵۶	۰,۴۰۸۸۴۳	۱,۰۰۰۰۰۰	۰,۵۹۳۱۲۳
G	۰,۴۹۰۴۱۵	۰,۴۳۴۹۵۰	۰,۵۱۰۵۳۹	۰,۳۷۸۴۰۹	۰,۷۱۶۶۲۱	۰,۴۸۶۲۲۱
H	۰,۵۲۸۳۰۶	۰,۵۰۲۸۹۴	۰,۸۷۷۰۹۶	۰,۵۹۰۴۶۰	۰,۷۴۷۸۹۹	۰,۶۷۳۱۳۰
I	۰,۷۹۹۳۱۱	۰,۸۳۴۰۵۰	۰,۷۲۶۱۹۵	۱,۰۰۰۰۰۰	۰,۶۲۳۴۵۶	۰,۷۶۴۰۳۲
J	۰,۸۵۸۶۰۹	۰,۸۲۲۴۳۷	۰,۷۷۰۰۵۷	۰,۷۴۲۴۸۷	۰,۹۰۴۵۱۱	۰,۸۰۰۲۲۵

جدول ۶: کارایی سود در ۳ دوره زمانی و ۲ مرحله از شبکه و کارایی کل سیستم چند دوره ای

DMU	P_o^1E	P_o^2E	P_o^3E	P_o^IE	$P_o^{II}E$	$P_o'E$
A	۰,۸۵۳۶۵۹	۰,۷۴۶۳۸۸	۰,۷۸۵۹۸۱	۰,۶۵۵۴۲۷	۰,۹۷۲۱۳۴	۰,۷۹۲۶۱۴
B	۰,۵۰۶۳۸۵	۰,۶۰۰۲۴۵	۰,۷۶۵۷۶۱	۰,۸۰۹۵۹۸	۰,۵۳۷۲۴۲	۰,۶۶۸۰۱۷
C	۰,۷۲۰۱۴۳	۰,۶۵۸۲۵۷	۰,۸۴۵۳۷۹	۰,۵۱۴۲۱۱	۱,۰۰۰۰۰۰	۰,۷۷۸۲۶۴
D	۰,۷۹۶۶۰۹	۰,۹۶۰۵۴۹	۰,۶۶۹۷۷۳	۱,۰۰۰۰۰۰	۰,۵۶۲۳۷۲	۰,۷۳۶۲۵۶
E	۰,۷۶۲۸۹۲	۰,۷۵۳۴۶۶	۰,۶۸۴۰۸۴	۱,۰۰۰۰۰۰	۰,۵۹۷۳۰۸	۰,۷۱۱۴۳۷
F	۰,۵۰۹۲۳۸	۰,۴۱۷۵۱۱	۰,۴۴۷۹۶۷	۰,۲۵۴۲۱۹	۱,۰۰۰۰۰۰	۰,۴۵۲۸۵۴
G	۰,۳۷۷۴۶۵	۰,۳۱۳۲۵	۰,۳۷۸۲۲۴	۰,۲۳۷۳۳۱	۰,۶۵۴۰۸۲	۰,۳۶۰۴۳۸

H	۰,۴۱۳۲۱۲	۰,۳۷۱۵۵۷	۱,۰۰۰۰۰۰	۰,۴۵۳۷۹۱	۰,۷۶۱۹۱۲	۰,۶۰۶۲۷۸
I	۰,۷۴۴۸۹۷	۰,۷۷۶۰۳۶	۰,۶۵۹۶۹۷	۱,۰۰۰۰۰۰	۰,۵۳۵۳۰۳	۰,۷۰۱۳۸۵
J	۰,۸۳۵۶۲۹	۰,۷۹۷۱۴۸	۰,۷۲۲۰۶۶	۰,۶۹۱۷۱۴	۰,۸۹۳۵۵۱	۰,۷۶۲۷۵۸

ما کارایی هزینه ، درآمد و سود کلی سیستم و هر یک از مراحل شبکه را در دوره زمانی دلخواه و بعد از ۳ دوره زمانی به وسیله مدل های (۷) الی (۱۸) بررسی می کنیم. با توجه به جدول ۴ واحد J بیشترین کارایی هزینه و واحد G دارای کمترین کارایی هزینه کلی است. با استفاده از این روش سهم هر یک از مراحل و دوره های زمانی در ارزیابی کارایی کل هزینه مشخص می شود. با توجه به جدول ۵ واحد A بیشترین کارایی درآمد و واحد G دارای کمترین کارایی درآمد کلی است. روش پیشنهادی سهم هر یک از مراحل و دوره های زمانی را در ارزیابی کارایی کل درآمد مشخص می کند. با توجه به جدول ۶ واحد C دارای بیشترین کارایی سود و واحد G دارای کمترین کارایی سود کلی است روش های پیشنهادی برای محاسبه کارایی هزینه ، درآمد و سود ما را قادر می سازد تا سهم هر یک از مراحل و دوره های زمانی را در میزان کارایی های به دست آمده مشخص کنیم. مدل‌های استاندارد تحلیل پوششی داده‌ها، با وجود امتیازات فراوانی که در ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم گیرنده دارند، دارای ضعف هایی نیز هستند. از جمله اینکه ساختار درونی واحدها را نادیده می‌گیرند و داده‌های ورودی / خروجی دقیق را به کار می‌گیرند. با توجه به‌اینکه در دنیای واقعی، داده‌های واقعی در دسترس نیستند و برخی اوقات داده‌های نسبتی در دسترس هستند، مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های نسبتی ارزیابی واقع بینانه تری را نسبت به مدل‌های استاندارد ارایه می‌کند. نکته دیگری که در ارزیابی با مدل‌های استاندارد ملاحظه نشده است عدم مداخله عنصر زمان در ارزیابی است. دراین مقاله با اتکا به ساختار تحلیل پوششی داده‌های نسبتی، سیستم‌های با ساختار دو مرحله‌ای چند زمانی را مورد بررسی قرار داده و روشی برای کارایی هزینه ، درآمد و سود این سیستم‌های دو مرحله‌ای چند زمانی پیشنهاد شد. با استفاده از مدل های تحلیل پوششی داده های نسبتی NDEA-R کارایی هزینه، درآمد و سود هر یک از مراحل شبکه و کل شبکه در دوره زمانی دلخواه و بعد از چند دوره زمانی ارائه می شود. روش های پیشنهادی به ارزیابی عملکرد در هر یک از مراحل شبکه و دوره‌های زمانی متفاوت می‌پردازد و کارایی های هزینه ، درآمد و سود را به دست می آورد. نشان داده شد که یک رابطه بین کارایی هزینه کل سیستم شبکه و زیرسیستم ها (هر زیرسیستم متناظر با یک دوره زمانی است) وجود دارد. در حقیقت هر کدام از دوره های زمانی در ارزیابی کارایی هزینه کل سیستم شبکه بعد از چند دوره زمانی در نظر گرفته شده اند. تمرکز اصلی این پژوهش دخالت دادن تغییرات هر کدام از مراحل شبکه در ارزیابی کل سیستم شبکه است. فرض بر این بود که یک رابطه بین کارایی هزینه کل سیستم شبکه و هر یک از مراحل شبکه وجود دارد و از آن برای محاسبه کارایی هزینه کل سیستم شبکه بعد از چند دوره زمانی استفاده شد. مشابه با کارایی هزینه، برای کارایی سود و کارایی درآمد نیز مطالب بالا صادق است. با توجه به غیر قطعی بودن داده ها (وقتی که داده ها به صورت فازی باشند) در دنیای واقعی پیشنهاد می شود کارایی سود، هزینه و درآمد واحدهای تصمیم گیرنده در این حالت در پژوهش های آتی مد نظر قرار گیرد.

۴- مراجع

[۱] جهانشاهلو، غ .حسین زاده لطفی، ف. نیکومرام، ه.؛ **مقدمه ای بر تحلیل پوششی داده ها**، انتشارات دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، ۱۳۸۸.

[2] Ashrafi ,A. , Mansouri Kaleibar,M, *" Cost, revenue and profit efficiency models in generalized fuzzy data envelopement analysis"*, 9.pp.237-246,2017.

[3] Cooper, W.W, Seiford, L.M, Tone, K. , *"Data envelopment analysis, a comprehensive text with modeles application references and dea solver software,Boston"*, Kluwer Academic Publishers,2000.

[4] Despic, O., Paradi, J.C. , *"DEA-R: Ratio-based comparative efficiency model, its mathematical relation to DEA and its use in applications"*, *Journal of Productivity Analysis*. 28 (1).pp. 33-44, 2007.

[5] Färe, R., Grosskopf, S. , *" Productivity and intermediate products: A frontier approach"*, Economics letters, 50(1).pp. 65-70,1996.

[6] Farrell, M. J., *"The measurement of productive efficiency"*, Journal of the Royal Statistical Society, 120.pp. 253-281,1957.

[7] Gazori, a., Khalili-Damghani, K. ,Hafezalkotob, A. , *" Multi-period network data envelopment analysis to measure efficiency of a real business"*, Journal of Industrial and Systems Engineering.Vol. 12. No. 3,pp. 55- 77,2019.

[8] Gerami, J., Mozaffari,M.R., *"Measuring performance of network structure by dea-r model"*,The 4th National Conference on Data Envelopment Analysis. University of Mazandaran, Babolsar, Iran,2012.

[9] Hosseinzadeh Lotfi,F., Ebrahimnejad,A., Vaez-Ghasemi,M., Moghaddas,Z., *"Data envelopment analysis with R"*,Springer International Publishing, 2020.

[10] Jablonsky, J., et al. , *"Multi-period data envelopment analysis and resource allocation:* A case study J. Phys*"*, Conf. Ser,pp.1-7,2018.

[11] Mozaffaria, M.R. , Saneib ,M., Jablonsky,J. , *" Efficiency Analysis in Multi-Stage Network DEA-R Models"*, Int. J. Data Envelopment Analysis , Vol.5, No.2:pp. 1553-1572,2017.

[12] Mozaffari. M.R, Dadkhah.F, Jablonsky .J, Fernandes Wanke.P., *" Finding efficient surfaces in DEA-R models"*, Applied Mathematics and Computation 386,125497,pp. 1-14,2020.

[13] Moghaddas,Z., Vaez-Ghesemi,M. , Hosseinzadeh Lotfi,F., FarzipoorSaen,R. , *"Stepwise pricing in evaluating revenue efficiency in Data Envelopment Analysis: A case study in power plants"*, scientia iranica. DOI.10.24200/SCI.55350.4184,2020.

[14] Moghaddas, Z., Tosarkani, B.M., Yousefi, S., *" A Developed Data Envelopment Analysis Model for Efficient Sustainable Supply Chain Network Design"*, Sustainability, 14, 262.2021.

[15] Moghaddas,Z. Amirteimoori,A., Kazemi Matin,R., *" Selective proportionality and integer-valued data in DEA: an application to performance evaluation of high schools"*, Operational Research. Springer Berlin. Heidelberg, pp.1-25,2022.

[16] Maudos, J. and J. M. Pastor.,. *"Cost and Profit Efficiency in the Spanish Banking Sector* (1985-1996): A Non-Parametric Approach",Applied Financial Economics. 200, 1-19, 2003.

[17] Seyyedboveir,s , Kordrostami,s, Daneshian,B., *"Revenue -Profit Measurement in Data Envelopment Analysis with Dynamic Network Structures: A Relational Mode"*, Int. J. Industrial Mathematics (ISSN 2008-5621),Vol. 10, No. 1. 12 pages,2018.

[18] Tohidnia, S., Tohidi,G. , *" Measuring productivity change in DEA-R: A ratio-based profit efficiency model"*, Journal of the operational research society, 70,NO.9,pp.1511-1521,2018.

[19] Tohidnia, S., Tohidi, G. , *" Estimating multi-period global cost efficiency and productivity change of systems with network structures"*, Journal of Industrial Engineering International, 15,pp. 171-179,2019.